أولا -

السؤال الأول (النهايات):

لدينا $f(x) = x \ln\frac{x+1}{x}$ ع.ع.ت في المجال $]0, +\infty[$ — 5

من أجل الصفر نكتب $f(x) = x\ln(x+1) - x\ln x$ — 5+5

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0 \times \infty - 0 = 0$ — 5+5

من أجل $+\infty$ نكتب: $f(x) = \frac{1}{t}\ln(1+t)$ — 5

على فرض $\frac{1}{x} = t$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{t \to 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ — 10

40

السؤال الثاني (تحليل توافقي):

• في حالة أحد المتسابقين في اللجنة يكون عدد الطرق:

$\binom{2}{1} \times \binom{3}{2} = 2 \times 3 = 6$ — 5x3

• في حالة اللجنة ليس فيها المتسابقان يكون عدد الطرق:

$\binom{3}{3} = 1$ — 10

إذن عدد طرق تشكيل اللجنة $1 + 6$ أي 7 طرق — 10

وجود حالتين — 5

40

السؤال الثالث (المعادلة):

الوصول إلى الصيغة $(e^x)^2 + 2e^x - 3 = 0$ — 10

التحليل إلى الجداء $(e^x - 1)(e^x + 3) = 0$ — 10

أو حساب المميز

الوصول إلى $e^x = 1$ أو $e^x = -3$ — 10

رفض أحدهما — 5

المعادلة حل وحيد $x = 0$ — 5

40

السؤال الرابع: مركز ذو بعد

اعتبار G مركز النقط $(B, 2)$ ، $(C, 1)$ و $(D, 1)$ — 5

كتابة $\|4\vec{MG}\| = \|4\vec{MA} - 4\vec{MG}\|$ — 10

$\|4\vec{MG}\| = \|4\vec{GA}\|$ — 5

الاختصار على 4

واستنتاج $MG = GA$ — 5

النقطة M تنتمي إلى النقطة الثابتة G بعدا ثابتا GA — 5

الوصول إلى:

مجموعة النقط M هي كرة — 5

مركزها G وطول قطرها GA — 5

40

ثانيا -

التمرين الثاني (المتتابعة)

كتابة المتتابعة بدلالة واحد

برهان صحة الشعاع

$f(x) \geq 0$ أو $f(x) \leq 0$

دراسة التغيرات

الشعاع 10، الجدول 30 — 40

النتيجة — 10

40

ملاحظة:

إذا رسم الطالب الخط البياني للتابع $x \to e^x$ والمستقيم $y = x - 1$

60

لا يستنتج مما سبق أن
$e^x \geq x-1$

التمرين الثاني (الاحتمالات) :

5×3 $P(A) = \dfrac{\binom{3}{2}\cdot\binom{2}{1}}{\binom{9}{3}}$

5 $= \dfrac{3\times 2}{84} = \dfrac{1}{14}$

5×2 $P(E) = \dfrac{\binom{4}{3}+\binom{3}{3}}{84} =$

5 $= \dfrac{4+1}{84} = \dfrac{5}{84}$

5 $P(C) = 1 - P(C')$
C' : الكرات المسحوبة غير بيضاء

5 $P(C') = \dfrac{\binom{5}{3}}{84} = \dfrac{10}{84}$

$P(C) = 1 - \dfrac{10}{84} = \dfrac{74}{84}$

5 $P(X=1) = P(E) = \dfrac{5}{84}$

5 $P(X=3) = \dfrac{4\times 3\times 2}{84} = \dfrac{24}{84}$

5 $P(X=2) = 1 - P(X=1) - P(X=3)$
$= 1 - \dfrac{5}{84} - \dfrac{24}{84} = \dfrac{55}{84}$

60

التمرين الثالث (هندسة فضائية)

كتابة المعادلات : $4-5t = 1$
10 $3-2s = 1-t$
$-1+2s = 1-2t$

حل معادلتين الوصول إلى $s=1$ و $t=0$

10 تعيين المعادلة الثالثة

5 حل وحيد ← المستقيمان متقاطعان

5 النقطة هي $(1,1,-1)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم المستوي

$\vec{n}$ يعامد كل من متجهي التوجيه

5 جداء $\vec{n}$ مع كل من المتجهين

الوصول إلى :

5 $\begin{cases} -b-2c=0 \\ -5a-2b+2c=0 \end{cases}$

الوصول إلى $b=-2c$ ، $a=-\frac{3}{5}b$

5 $\vec{n}(6,-10,5)$ ←

معادلة المستوي

10 $6(x+1)-10(y-1)+5(z-1)=0$
أو $6x-10y+5z+11=0$

60

التمرين الرابع : (المتراجحة)

الشرط $x-1>0$ ، $5-x>0$

10 $D=]1,5[$

المتراجحة تكافئ

10 $\ln 3 \leq \ln[(5-x)(x-1)]$

5 وتكافئ $3 \leq (5-x)(x-1)$

الوصول إلى

5 $x^2-6x+8 \leq 0$

$\Delta = 36-32$

5 أو قليل مباشر الوصول إلى
$x=4$ أو $x=2$

جدول الإشارة

10 $I=[2,4]$

مجموعة حلول المتراجحة المفروضة

5 $S = D \cap I$

10 $S=[2,4]$ ←

60

التمرين الثالث

المسألة الأولى

كتابة شعاعية لـ (Δ)

$\vec{B}(3, 1, -1)$ — 5

$\vec{BD}(-2, 3, -3)$ — 5

المركبات غير متناسبة ⟵ غير متوازيان — 5

النقط ليست على استقامة واحدة — 5

نفرض $\vec{n}(a, b, c)$ ناظم لمستوي

$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{BC} = 0 \longrightarrow 3a + b - c = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{BD} = 0 \longrightarrow -2a + 3b - 3c = 0 \end{cases}$ — 5×2

⟵ معرفة أحد الحلول

مثلاً: $\vec{n}(1, 1, 0)$ — 5

معادلة المستوي (ABC)

معادلة المستوي المماثل

$y + z - 2 = 0$ — 10

حساب أطوال أضلاع المثلث

$BC = \sqrt{11}$ $\quad BD = \sqrt{22}$

$DC = \sqrt{33}$ — 3×3

$DC^2 = BC^2 + BD^2$

المثلث قائم الزاوية في B — 6

مساحته

$S = \frac{\sqrt{11} \times \sqrt{22}}{2} = \frac{11\sqrt{2}}{2}$ — 5

النقطة A لا تحقق معادلة

المستوي (BCD) — 5

$3 + 1 - 2 = 0$ غير محققة

$dist(A, P) = \frac{|3 + 1 - 2|}{\sqrt{4 + 1}}$ — 5

$= \frac{2}{\sqrt{5}}$

حجم رباعي الوجوه

$V = \frac{1}{3} S \cdot h$ — 5

$V = \frac{1}{3} \times \frac{11\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{11\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$ — 5

$AD = \sqrt{\frac{25}{4} + 0 + 4} = \frac{\sqrt{41}}{2}$

$AC = \sqrt{\frac{25}{4} + 4 + 0} = \frac{\sqrt{41}}{2}$ — 3×3

$AB = \sqrt{\frac{1}{4} + 9 + 1} = \frac{\sqrt{41}}{2}$

النقطة A تقع على كرة مركزها — 3

ونصف قطرها $r = \frac{\sqrt{41}}{4}$ — 3

معادلتها

$(x + \frac{1}{2})^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = \frac{41}{4}$ — 5

100

المسألة الثانية

$f(x) - y_\Delta = \ln(e^x + 1) - x$ — 10

لدينا ق.ع.ت

$= \ln(e^x + 1) - \ln e^x$ — 5

$= \ln \frac{e^x + 1}{e^x}$ — 5

$= \ln(1 + e^{-x})$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = \ln 1 = 0$ — 10

$+\infty$ عند (C_f) مقارب (Δ) ⟵

⟵ $e^x + 1 > e^x$ — 5

$f(x) - y_\Delta > 0$ — 5

(C_f) فوق (Δ) — 5

$f'(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} > 0$ — 10

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \ln 1 = 0$ — 10

$y = 0$ مقارب أفقي عند $-\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ — 5

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

— 10

معادلة المماس:

1) يقطع y'y عند x = 0

2

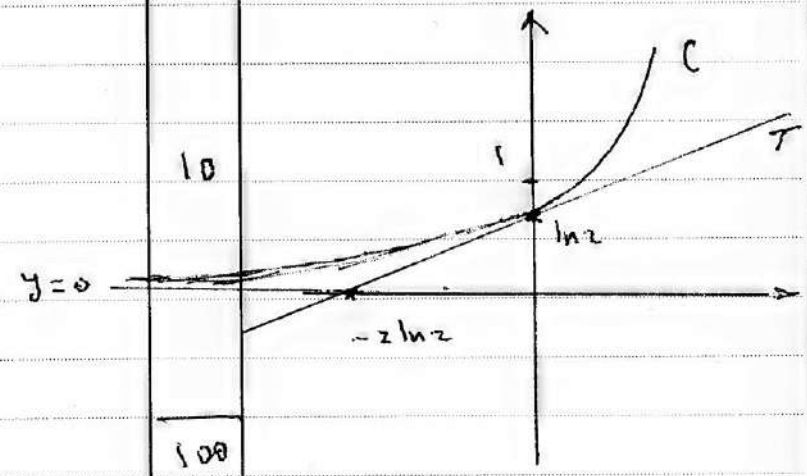
$T: y = f'(0)(x-0) + f(0)$

6

$f'(0) = \frac{1}{2}$ $f(0) = \ln 2$

$T: y = \frac{1}{2}x + \ln 2$

2



10

108